

Aufgabe 1

$$(a) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 5 \cdot 0 & 2 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 5 \cdot 3 \\ 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot 0 & 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 2 & 15 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{nicht def.}$$

weil nicht die selbe Form

$$(c) C + 3 \cdot D = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \cdot 1 & 3 \cdot 0 \\ 3 \cdot 2 & 3 \cdot 0 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 3+3 & 1+0 \\ 0+6 & 2+0 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}}}$$

$$(d) A \cdot v = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 5 \cdot 5 \\ 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 3 \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 \\ 16 \end{pmatrix}$$

$$(e) A \cdot C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{ist nicht def.}$$

weil # Spalten (A) \neq # Zeilen (B)

$$(f) \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}}}$$

Aufgabe 2

$$(a) \det \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} = 1 \cdot 6 - 3 \cdot 2 = \underline{\underline{0}}$$

$$(b) \begin{pmatrix} \overset{+}{2} & \overset{+}{3} & \overset{+}{5} & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & 1 \\ \underset{-}{3} & \underset{-}{-1} & \underset{-}{1} & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det() &= 2 \cdot 1 \cdot 1 + 3 \cdot (-2) \cdot 3 + 5 \cdot 1 \cdot (-1) \\ &\quad - 3 \cdot 1 \cdot 5 - (-1) \cdot (-2) \cdot 2 - 1 \cdot 1 \cdot 3 \\ &= \cancel{2} - 18 - \cancel{5} \\ &\quad - 15 - \cancel{4} - \cancel{3} \\ &= -10 - 15 - 18 = -25 - 18 \\ &= \underline{\underline{-43}} \end{aligned}$$

Aufgabe 3

$$(a) \quad \begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 5 \\ 3x_1 + 6x_2 &= 15 \end{aligned}$$

$$\leadsto \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 15 \end{array} \right) \xrightarrow{\text{II} - 3 \cdot \text{I}} \leadsto \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

2)

Wähle $x_2 = v$ beliebig

$$\Rightarrow x_1 + 2 \cdot x_2 = 5 \Leftrightarrow x_1 + 2 \cdot v = 5$$

$$\Leftrightarrow x_1 = \underline{\underline{5 - 2v}}$$

$$\mathcal{L} = \left\{ \begin{pmatrix} 5 - 2v \\ v \end{pmatrix} \mid v \in \mathbb{R} \right\}$$

$$= \left\{ \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} + v \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \mid v \in \mathbb{R} \right\}$$

$$(b) \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 5 & 8 \\ 1 & 1 & -2 & 7 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \curvearrowright \\ \curvearrowleft \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 7 \\ 2 & 3 & 5 & 8 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \\ \text{II} - 2\text{I} \\ \text{III} - 3\text{I} \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 7 \\ 0 & 1 & 9 & -6 \\ 0 & -4 & 7 & -19 \end{array} \right) \text{III} + 4\text{II}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 7 \\ 0 & 1 & 9 & -6 \\ 0 & 0 & 43 & -43 \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow 43 \cdot z = -43 \Rightarrow \underline{\underline{z = -1}}$$

$$\Rightarrow 1 \cdot y + 9 \cdot (-1) = -6 \quad | +9 \\ \Leftrightarrow \underline{\underline{y = 3}}$$

$$\Rightarrow x + 3 - 2 \cdot (-1) = 7$$

$$\Leftrightarrow x = 7 - 3 - 2 = \underline{\underline{2}}$$

$$\mathcal{L} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$$

Aufgabe 4

$x =$ Tage gearbeitet

$y =$ Tage nicht gearbeitet

Dann

$$x + y = 30$$

30 Tage

$$7 \cdot x - 5 \cdot y = 0$$

Niemand schuldet was

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 30 \\ 7 & -5 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{\text{II} - 7 \cdot \text{I}} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 30 \\ 0 & -12 & -210 \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow -12y = -210 \Leftrightarrow y = \frac{210}{12} = \frac{105}{6} = \underline{\underline{\frac{35}{2}}}$$

$\Rightarrow \frac{35}{2}$ Tage nicht gearbeitet

= 17,5 Tage nicht gearbeitet

$x = 30 - 17,5 = 12,5$ Tage gearbeitet.