# komplexe Zahlen

**Aufgabe 1** Es seien die komplexen Zahlen $z_1 = 1+3i$ und $z_2 = 2-i$ gegeben. Berechnen Sie folgenden Ausdrücke und geben Sie jeweils Realteil und Imaginärteil vom Ergebnis an:

(a) $z_1 \cdot z_2 + 5$.

(b) $\frac{z_1^2}{z_2}$.

(c) $z_2 \cdot i^{10}$.

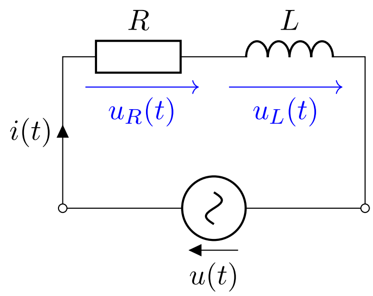
**Aufgabe 2: komplexe Nullstellen** Berechnen Sie die komplexen Lösungen der Gleichung $4z^2 - 6z + 5 = 2z$.

**Aufgabe 3: Polarkoordinaten**

(a) Sei $z = -1 + i = \sqrt{2}\cos(\frac{3}{4}\pi) + i\sqrt{2}\sin(\frac{3}{4}\pi) = \sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{4}i}$. Berechnen Sie $z^8$ indem Sie die Potenzgesetze ausnutzen.

(b) Bestimmen Sie die Polarkoordinaten von $w = 1 - i\sqrt{3}$ und berechnen Sie $w^9$.

**Aufgabe 4** An folgendem Stromkreis aus einer idealen Spule mit Induktivität $L = 40\,\mathrm{mH}$ und einem Widerstand $R = 2\,\Omega$ soll eine Wechselspannung anliegen mit Frequenz $50\,\mathrm{Hz}$ und Amplitude $\hat{u} = 10\,\mathrm{V}$, d.h. $u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t) = 10\sin(100\pi t)$ $(\omega = 2\pi f)$.




(a) Berechnen Sie den Strom $i(t)$. Gehen Sie dabei vor wie folgt:
   - Schreiben Sie $u(t)$ als komplexe Größe $u_c(t) = \hat{u} \cdot \exp(j \cdot \omega t)$. Dann ist $u(t) = \operatorname{Im} u_c(t)$. Wir benutzen $j$ statt $i$ für die imaginäre Einheit um Verwechslungen mit dem Symbol für Strom zu vermeiden.
   - Schreiben Sie $R$ und $L$ als komplexen Widerstand (Impedanz): $Z_c = R + j \cdot \omega L$
   - Berechnen Sie dann $i_c(t)$ mit der Ohmschen Formel für Wechselspannungen $u_c(t) = Z_c \cdot i_c(t)$. $i(t)$ ist dann $\operatorname{Im} i_c(t)$.

(b) Bei (a) können Sie das Ergebnis auf die Form bringen $i(t) = \hat{i} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$. Mit Amplitude $\hat{i}$ und Phasenverschiebung (gegenüber $u(t)$) $\varphi$. Wie groß ist die Phasenverschiebung $\varphi$ in Grad.