komplexe Zahlen

Aufgabe 1 Es seien die komplexen Zahlen $z_1 = 1+3i$ und $z_2 = 2-i$ gegeben. Berechnen Sie folgenden Ausdrücke und geben Sie jeweils Realteil und Imaginärteil vom Ergebnis an:

(a) $z_1 \cdot z_2 + 5$.

(b) $\dfrac{z_1^2}{\overline{z_2}}$.

(c) $z_2 \cdot i^{10}$.

Aufgabe 2: komplexe Nullstellen Berechnen Sie die komplexen Lösungen der Gleichung $4z^2 - 6z + 5 = 2z$.

Aufgabe 3: Bogenmaß und Trigonometrie Zeichnen Sie einen Einheitskreis und zeichnen Sie die folgenden Winkel α ein. Anschließend ermitteln Sie $\cos(\alpha)$ und $\sin(\alpha)$.

(a) $\alpha = \frac{\pi}{4}$

(b) $\alpha = \frac{3\pi}{2}$.

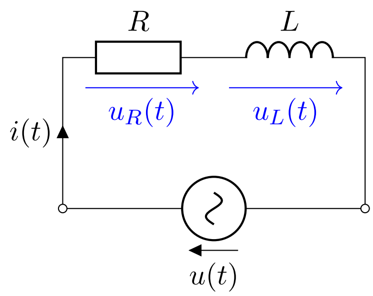
(c) $\alpha = \frac{5\pi}{6}$.

Aufgabe 4: Polarkoordinaten

(a) Sei $z = -1 + i = \sqrt{2}\cos(\frac{3}{4}\pi) + i\sqrt{2}\sin(\frac{3}{4}\pi) = \sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{4}i}$. Berechnen Sie z^8 indem Sie die Potenzgesetze ausnutzen.

(b) Bestimmen Sie die Polarkoordinaten von $w = 1 + i\sqrt{3}$ und berechnen Sie w^6.

Aufgabe 5 An folgendem Stromkreis aus einer idealen Spule mit Induktivität $L = 40\,\text{mH}$ und einem Widerstand $R = 1\,\Omega$ soll eine Wechselspannung anliegen mit Frequenz $50\,\text{Hz}$ und Amplitude $\hat{u} = 10\,\text{V}$, d.h. $u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega \cdot t) = 10\sin(100\pi t)$ $(\omega = 2\pi f)$.



(a) Berechnen Sie den Strom $i(t)$. Gehen Sie dabei vor wie folgt:

- Schreiben Sie $u(t)$ als komplexe Größe $u_c(t) = \hat{u} \cdot \exp(j \cdot \omega t)$. Dann ist $u(t) = \operatorname{Im} u_c(t)$. Wir benutzen j statt i für die imaginäre Einheit um Verwechslungen mit dem Symbol für Strom zu vermeiden.

- Schreiben Sie R und L als komplexen Widerstand (Impedanz): $Z_c = R + j \cdot \omega L$
- Berechnen Sie dann $i_c(t)$ mit der Ohmschen Formel für Wechselspannungen $u_c(t) = Z_c \cdot i_c(t)$. $i(t)$ ist dann $\operatorname{Im} i_c(t)$.

(b) Bei (a) können Sie das Ergebnis auf die Form bringen $i(t) = \hat{i} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$. Mit Amplitude $\hat{i}$ und Phasenverschiebung (gegenüber $u(t)$) φ. Wie groß ist die Phasenverschiebung φ in Grad.