

Reelle Funktionen

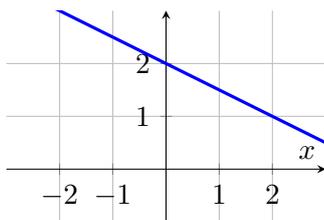
Aufgabe 1 Geben Sie den Wertebereich folgender Funktionen an:

- (a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 2.$
- (b) $f: [3, 7) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 3x - 2.$
- (c) $f: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sin(x) + 1.$
- (d) $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto e^x.$

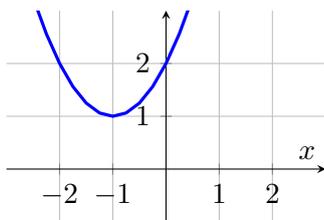
Aufgabe 2 Skizzieren Sie die folgenden Funktionen und ordnen Sie jeweils die Schaubilder zu:

- (a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x + 1.$
- (b) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto -(x - 1)^2 + 1.$
- (c) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto (x - 1)^2 + 1.$
- (d) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto -\frac{1}{2}x + 2.$
- (e) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto (x + 1)^2 + 1.$
- (f) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{2} \cdot (x - 2) + 1.$

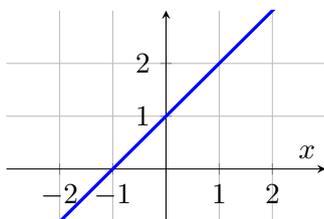
Graph 1



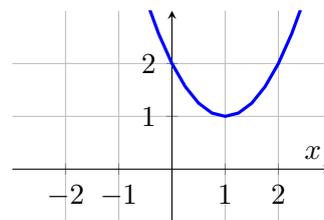
Graph 2



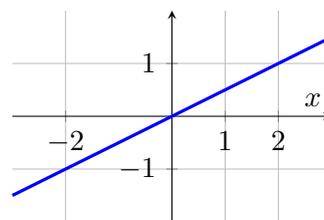
Graph 3



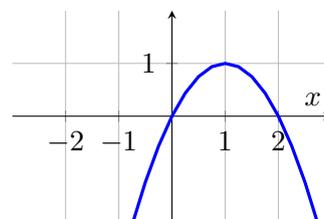
Graph 4



Graph 5



Graph 6



Aufgabe 3 Entscheiden Sie ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind.

- (i) Falls die Definitionsmenge einer reellen Funktion endlich ist, dann ist auch die Wertemenge endlich.
- (ii) Falls die Definitionsmenge einer reellen Funktion unendlich ist, dann ist auch die Wertemenge unendlich.
- (iii) Die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto -x^2 + 2$ hat genau eine Nullstelle.
- (iv) Die Funktion $f: [-2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto (x + 2)^2 - 1$ hat genau eine Nullstelle.
- (v) Eine lineare Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto mx + c$ hat immer genau eine Nullstelle, wenn $m \neq 0$.
- (vi) Der Graph der Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 2x+1$ ist der Graph von $f(x) = 2(x-1)+1$ um zwei nach oben verschoben.
- (vii) Die Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \begin{cases} 2 & x < 0 \\ x^2 + 2 & x \geq 0 \end{cases}$$

ist monoton steigend.

- (viii) Für die Funktion f aus (vii) gilt: $f(-3) = f(3) + 2$?

Aufgabe 4 Skizzieren Sie die folgenden Funktionen und ordnen Sie die Schaubilder zu. Entscheiden Sie auch jeweils ob die Funktionen stetig sind.

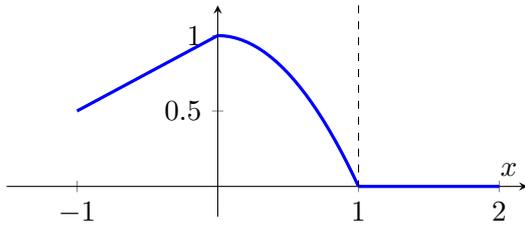
$$(a) f: [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto \begin{cases} (x+1)^2, & -1 \leq x \leq 0 \\ (x-1)^2, & 0 < x \leq 1 \\ 2-x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

$$(b) f: [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto \begin{cases} \frac{1}{2}x + 1, & -1 \leq x \leq 0 \\ -x^2 + 1, & 0 < x \leq 1 \\ 0, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

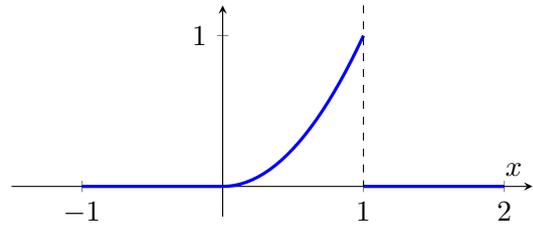
$$(c) f: [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \begin{cases} -x, & -1 \leq x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 2-x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

$$(d) f: [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \begin{cases} 0, & -1 \leq x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x \leq 1 \\ 0, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

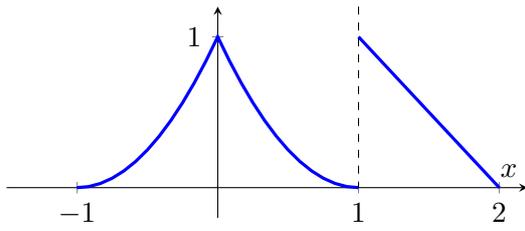
Graph 1



Graph 3



Graph 2



Graph 4

